

УДК 519.62/.642

**РЕШЕНИЕ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЛИНЕЙНОГО  
НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА  
МЕТОДОМ ПРЯМЫХ И ИССЛЕДОВАНИЕ СХОДИМОСТИ**

**З.Ф. ХАНКИШИЕВ**

*Бакинский Государственный Университет*  
*hankishiyev.zf@yandex.ru*

*Течение явлений в различных системах, в том числе и в биологических системах, существенно зависит от предыдущих состояний этих систем. Эти явления, как правило, описываются нагруженными дифференциальными уравнениями [1]. Настоящая работа посвящена решению одной задачи для линейного нагруженного дифференциального уравнения гиперболического типа методом прямых и исследованию сходимости метода.*

**Ключевые слова:** нагруженные уравнения, метод прямых, задача Коши.

**1. Постановка задачи и применение метода прямых**

Пусть требуется найти непрерывную в замкнутой области  $\bar{D} = \{0 \leq x \leq l, 0 \leq t \leq T\}$  функцию  $u = u(x, t)$ , удовлетворяющую уравнению

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + bu(x, t) + \sum_{k=1}^m b_k u(x, t_k) + f(x, t), \quad 0 < x < l, 0 < t \leq T, \quad (1.1)$$

граничным условиям

$$\frac{\partial u(0, t)}{\partial t} + \alpha u(0, t) = \mu_1(t), \quad \frac{\partial u(l, t)}{\partial t} + \beta u(l, t) = \mu_2(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (1.2)$$

и начальным условиям

$$u(x, 0) = \varphi_1(x), \quad \frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = \varphi_2(x), \quad 0 \leq x \leq l. \quad (1.3)$$

Здесь  $a, b, b_k, k = 1, 2, \dots, m, \alpha, \beta$  - действительные числа,  $f(x, t), \mu_1(t), \mu_2(t), \varphi_1(x), \varphi_2(x)$  - непрерывные функции своих аргументов,  $m$  - натуральное число.

Пусть  $N \geq 2$  - фиксированное натуральное число. Разделив отрезок  $[0, l]$  на  $N$  равных частей точками  $x_n = nh$ ,  $n = 0, 1, \dots, N$ ,  $x_0 = 0$ ,  $x_N = l$ ,  $h = \frac{l}{N}$ , и рассмотрев уравнение (1.1) на прямых  $x = x_n$ ,  $n = 1, 2, \dots, N-1$ , задаче (1.1)-(1.3) сопоставим задачу

$$\frac{d^2 y_n(t)}{dt^2} = a^2 \frac{y_{n+1}(t) - 2y_n(t) + y_{n-1}(t)}{h^2} + by_n(t) + \sum_{k=1}^m b_k y_n(t_k) + f_n(t), \quad n = 1, 2, \dots, N-1,$$

$$0 < t \leq T, \quad (1.4)$$

$$\frac{dy_0(t)}{dt} + \alpha y_0(t) = \mu_1(t), \quad \frac{dy_N(t)}{dt} + \beta y_N(t) = \mu_2(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (1.5)$$

$$y_n(0) = \varphi_1(x_n), \quad \frac{dy_n(0)}{dt} = \varphi_2(x_n), \quad n = 0, 1, \dots, N, \quad (1.6)$$

которая аппроксимирует ее с точностью  $O(h^2)$ , если решение уравнения (1.1) - функция  $u = u(x, t)$  имеет в области  $D = \{0 < x < l, 0 < t \leq T\}$  ограниченные частные производные по переменной  $x$  до четвертого порядка. Здесь через  $y_n(t)$  обозначено приближенное значение решения  $u = u(x, t)$  задачи (1.1)-(1.3) на прямой  $x = x_n$ ,  $n = 0, 1, \dots, N$ ,  $f_n(t) = f(x_n, t)$ ,  $n = 1, 2, \dots, N-1$ .

Следует отметить, что задача (1.4)-(1.6) есть задача Коши для системы линейных нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.

## 2. Решение задачи (1.4)-(1.6)

Пусть найдены решения задач

$$\frac{dy_0(t)}{dt} + \alpha y_0(t) = \mu_1(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad y_0(0) = \varphi_1(0), \quad (2.1)$$

и

$$\frac{dy_N(t)}{dt} + \beta y_N(t) = \mu_2(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad y_N(0) = \varphi_1(l). \quad (2.2)$$

Учитывая решения этих задач в (1.4), приходим к следующей задаче Коши, относительно функций  $y_1(t), y_2(t), \dots, y_{N-1}(t)$ :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y_1(t)}{dt^2} &= a^2 \frac{-2y_1(t) + y_2(t)}{h^2} + by_1(t) + \sum_{k=1}^m b_k y_1(t_k) + \bar{f}_1(t), \\ \frac{d^2 y_n(t)}{dt^2} &= a^2 \frac{y_{n-1}(t) - 2y_n(t) + y_{n+1}(t)}{h^2} + by_n(t) + \sum_{k=1}^m b_k y_n(t_k) + f_n(t), \\ &n = 2, 3, \dots, N-2, \quad 0 < t \leq T, \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\frac{d^2 y_{N-1}(t)}{dt^2} = a^2 \frac{y_{N-2}(t) - 2y_{N-1}(t)}{h^2} + by_{N-1}(t) + \sum_{k=1}^m b_k y_{N-1}(t_k) + \bar{f}_{N-1}(t),$$

$$y_n(0) = \varphi_1(x_n), \quad \frac{dy_n(0)}{dt} = \varphi_2(x_n), \quad n = 1, 2, \dots, N-1. \quad (2.4)$$

Здесь  $\bar{f}_1(t)$  и  $\bar{f}_{N-1}(t)$  определяются равенствами

$$\bar{f}_1(t) = f_1(t) + \frac{a^2}{h^2} y_0(t), \quad \bar{f}_{N-1}(t) = f_{N-1}(t) + \frac{a^2}{h^2} y_N(t).$$

Сделаем в системе (2.3) замену

$$\frac{dy_n(t)}{dt} = \xi y_n(t) + v_n(t), \quad n = 1, 2, \dots, N-1, \quad 0 < t < T, \quad (2.5)$$

где  $v_n(t)$ ,  $n = 1, 2, \dots, N-1$  - новые искомые функции,  $\xi$  - постоянная, приходим к следующей системе линейных нагруженных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{dy(t)}{dt} + py(t) + \sum_{k=1}^m p_k y(t_k) = f(t), \quad 0 < t \leq T. \quad (2.6)$$

Здесь  $y(t) = \|y_1(t), \dots, y_{N-1}(t), v_1(t), \dots, v_{N-1}(t)\|^T$ ,  $p, p_k, k = 1, 2, \dots, m$  - квадратные матрицы размерности  $(2N-2) \times (2N-2)$ , которые определяются равенствами

$$p = \begin{Bmatrix} -\xi E & -E \\ A & \xi E \end{Bmatrix}, \quad p_k = \begin{Bmatrix} -b_k E & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}, \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad E - \text{единичная матрица размерности } (N-1) \times (N-1),$$

$$A = \begin{Bmatrix} \frac{2a^2}{h^2} - b + \xi^2 & -\frac{a^2}{h^2} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{a^2}{h^2} & \frac{2a^2}{h^2} - b + \xi^2 & -\frac{a^2}{h^2} & \dots & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{a^2}{h^2} & \frac{2a^2}{h^2} - b + \xi^2 & -\frac{a^2}{h^2} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\frac{a^2}{h^2} & \frac{2a^2}{h^2} - b + \xi^2 \end{Bmatrix},$$

$$f(t) = \|0, \dots, 0, \bar{f}_1(t), f_2(t), \dots, f_{N-2}(t), \bar{f}_{N-1}(t)\|^T. \quad \langle T \rangle \text{ означает транспонирование.}$$

Из начальных условий (2.4) после замены (2.5) получим:

$$y(0) = \alpha_0, \quad (2.7)$$

где

$$\alpha_0 = \|\varphi_1(x_1), \dots, \varphi_1(x_{N-1}), \varphi_2(x_1) - \xi\varphi_1(x_1), \dots, \varphi_2(x_{N-1}) - \xi\varphi_1(x_{N-1})\|^T.$$

Для решения задачи (2.6)-(2.7) можно использовать метод, предложенный в [2].

### 3. Сходимость

Пусть  $u(x_n, t)$ - значение точного решения задачи (1.1)-(1.3) на прямой  $x = x_n$ , а  $y_n(t), n = 0, 1, \dots, N$  - решение задачи (1.4)-(1.6). Определим функцию  $z_n(t), n = 0, 1, \dots, N$ , равенством

$$z_n(t) = y_n(t) - u(x_n, t), \quad n = 0, 1, \dots, N, \quad 0 \leq t \leq T.$$

Подставив выражения  $y_n(t) = z_n(t) + u(x_n, t)$ ,  $n = 0, 1, \dots, N$ , найденные из последних равенств в задаче (1.4)- (1.6), приходим к следующей задаче относительно  $z_n(t)$ ,  $n = 0, 1, \dots, N$ :

$$\frac{d^2 z_n(t)}{dt^2} = a^2 \frac{z_{n-1}(t) - 2z_n(t) + z_{n+1}(t)}{h^2} + bz_n(t) + \sum_{k=1}^m b_k z_n(t_k) + h^2 R_n(t),$$

$$n = 1, 2, \dots, N-1, \quad 0 < t \leq T, \quad (3.1)$$

$$\frac{dz_0(t)}{dt} + \alpha z_0(t) = 0, \quad \frac{dz_N(t)}{dt} + \beta z_N(t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3.2)$$

$$z_n(0) = 0, \quad \frac{dz_n(0)}{dt} = 0, \quad n = 0, 1, \dots, N. \quad (3.3)$$

Следует отметить, что  $|R_n(t)| \leq \frac{a^2}{12} M_4$ , если решение уравнения (1.1) имеет ограниченные частные производные по переменной  $x$  до четвертого порядка. Здесь  $M_4 = \sup_D \left| \frac{\partial^4 u(x, t)}{\partial x^4} \right|$ .

Решения уравнений (3.2), удовлетворяющие условиям  $z_0(0) = 0$ ,  $z_N(0) = 0$  тождественно равны нулю. С учетом этого, задачу (3.1)-(3.3) можем переписать в виде

$$\frac{d^2 z_n(t)}{dt^2} = a^2 \frac{z_{n-1}(t) - 2z_n(t) + z_{n+1}(t)}{h^2} + bz_n(t) + \sum_{k=1}^m b_k z_n(t_k) + h^2 R_n(t),$$

$$n = 1, 2, \dots, N-1, \quad 0 < t \leq T, \quad (3.4)$$

$$z_0(t) = 0, \quad z_N(t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3.5)$$

$$z_n(0) = 0, \quad \frac{dz_n(0)}{dt} = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N-1. \quad (3.6)$$

Оценим решение этой задачи. С этой целью определим следующую вспомогательную функцию [3]:

$$I(t) = \sum_{n=1}^{N-1} z_n'^2(t) + a^2 \sum_{n=0}^{N-1} \left( \frac{z_{n+1}(t) - z_n(t)}{h} \right)^2 - b \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t). \quad (3.7)$$

Предположим, что  $b \leq 0$ . Тогда, очевидно, что  $I(t) \geq 0$ . Найдем производную  $I'(t)$ :

$$\begin{aligned} I'(t) &= 2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n'(t) z_n''(t) + 2a^2 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{z_{n+1}(t) - z_n(t)}{h} \cdot \frac{z_{n+1}'(t) - z_n'(t)}{h} - 2b \sum_{n=1}^{N-1} z_n(t) z_n'(t) = \\ &= 2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n'(t) (z_n''(t) - b z_n(t)) + 2a^2 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{z_{n+1}(t) - z_n(t)}{h} \frac{z_{n+1}'(t) - z_n'(t)}{h}. \end{aligned}$$

С учетом уравнения (3.4), полученное выражение  $I'(t)$  можем переписать в виде

$$\begin{aligned} I'(t) &= 2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n'(t) \left[ a^2 \frac{z_{n-1}(t) - 2z_n(t) + z_{n+1}(t)}{h^2} + \sum_{k=1}^m b_k z_n(t_k) + h^2 R_n(t) \right] + \\ &+ 2a^2 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{z_{n+1}(t) - z_n(t)}{h} \frac{z_{n+1}'(t) - z_n'(t)}{h}. \end{aligned}$$

Отсюда после элементарных преобразований имеем:

$$I'(t) = 2 \sum_{n=1}^{N-1} h^2 z_n'(t) R_n(t) + 2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n'(t) \sum_{k=1}^m b_k z_n(t_k).$$

Используя неравенство Коши – Буняковского получим:

$$\sum_{n=1}^{N-1} h^2 z_n'(t) R_n(t) \leq \sqrt{\sum_{n=1}^{N-1} z_n'^2(t)} \cdot \sqrt{\sum_{n=1}^{N-1} h^4 R_n^2(t)} \leq \sqrt{I(t)} \frac{a^2 M_4}{12} \sqrt{lh^3},$$

$$\sum_{n=1}^{N-1} z_n'(t) \sum_{k=1}^m b_k z_n(t_k) \leq \sqrt{\sum_{n=1}^{N-1} z_n'^2(t)}$$

$$\sqrt{\sum_{n=1}^{N-1} \left( \sum_{k=1}^m b_k z_n(t_k) \right)^2} \leq \sqrt{I(t)} \sqrt{\sum_{n=1}^{N-1} \left( \sum_{k=1}^m b_k z_n(t_k) \right)^2}.$$

С учетом последних двух неравенств для  $I'(t)$  имеем:

$$I'(t) \leq 2\sqrt{I(t)} \left( \frac{a^2 M_4}{12} \sqrt{lh^3} + \sqrt{\sum_{n=1}^{N-1} \left( \sum_{k=1}^m b_k z_n(t_k) \right)^2} \right).$$

Используя условия  $I(t) > 0$  при  $t > 0$  и  $I(0) = 0$ , после интегрирования этого неравенства получим:

$$I(t) \leq \left( \frac{a^2 M_4}{12} \sqrt{lh^3} + \sqrt{\sum_{n=1}^{N-1} \left( \sum_{k=1}^m b_k z_n(t_k) \right)^2} \right)^2 t^2. \quad (3.8)$$

Далее, вследствие  $z_0(t) = z_N(t) = 0$  имеем:

$$z_n(t) = \sum_{k=1}^n h \frac{z_k(t) - z_{k-1}(t)}{h}, \quad z_n(t) = - \sum_{k=n+1}^N h \frac{z_k(t) - z_{k-1}(t)}{h}.$$

Используя эти равенства и неравенство Коши-Буняковского, после элементарных преобразований получим [3]:

$$z_n^2(t) \leq \frac{lh}{4} I(t).$$

Отсюда, в силу неравенства (3.8) имеем:

$$z_n^2(t) \leq \frac{lh}{4} \left( \frac{a^2 M_4}{12} \sqrt{lh^3} + \sqrt{\sum_{n=1}^{N-1} \left( \sum_{k=1}^m b_k z_n(t_k) \right)^2} \right)^2 t^2.$$

Из этого неравенства следует справедливость неравенства

$$z_n^2(t) \leq \frac{lh}{2} \left( \frac{a^4 M_4^2}{144} lh^3 + \sum_{n=1}^{N-1} \left( \sum_{k=1}^m b_k z_n(t_k) \right)^2 \right) t^2.$$

Наконец, используя известное неравенство  $\left( \sum_{k=1}^m a_k \right)^2 \leq m \sum_{k=1}^m a_k^2$ , по-

лучим

$$z_n^2(t) \leq \left[ \frac{a^4 M_4^2 l^2 h^4}{2 \cdot 144} + \frac{llm}{2} \left( b_1^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_1) + b_2^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_2) + \dots + b_m^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_m) \right) \right] \cdot t^2. \quad (3.9)$$

Из этого неравенства следует справедливость неравенств

$$z_n^2(t_k) \leq \left[ \frac{a^4 M_4^2 l^2 h^4}{2 \cdot 144} + \frac{llm}{2} \left( b_1^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_1) + b_2^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_2) + \dots + b_m^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_m) \right) \right] \cdot t_k^2, k = 1, 2, \dots, m,$$

или неравенств

$$b_k^2 z_n^2(t_k) \leq \left[ \frac{a^4 M_4^2 l^2 h^4}{2 \cdot 144} b_k^2 + \frac{llmb_k^2}{2} \left( b_1^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_1) + b_2^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_2) + \dots + b_m^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_m) \right) \right] \cdot t_k^2, \\ k = 1, 2, \dots, m.$$

Отсюда имеем:

$$b_1^2 z_n^2(t_1) + b_2^2 z_n^2(t_2) + \dots + b_m^2 z_n^2(t_m) \leq \frac{a^4 M_4^2 l^2 h^4}{2 \cdot 144} (b_1^2 t_1^2 + b_2^2 t_2^2 + \dots + b_m^2 t_m^2) + \\ + (b_1^2 t_1^2 + b_2^2 t_2^2 + \dots + b_m^2 t_m^2) \cdot \frac{llm}{2} \left( b_1^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_1) + b_2^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_2) + \dots + b_m^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_m) \right),$$

или

$$b_1^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_1) + b_2^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_2) + \dots + b_m^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_m) \leq \frac{a^4 M_4^2 l^3 h^3}{2 \cdot 144} (b_1^2 t_1^2 + b_2^2 t_2^2 + \dots + b_m^2 t_m^2) +$$

$$+ (b_1^2 t_1^2 + b_2^2 t_2^2 + \dots + b_m^2 t_m^2) \cdot \frac{l^2 m}{2} \left( b_1^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_1) + b_2^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_2) + \dots + b_m^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_m) \right),$$

или

$$\left[ 1 - (b_1^2 t_1^2 + b_2^2 t_2^2 + \dots + b_m^2 t_m^2) \cdot \frac{l^2 m}{2} \right] \cdot \left( b_1^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_1) + b_2^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_2) + \dots + b_m^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_m) \right) \leq$$

$$\leq \frac{a^4 M_4^2 l^3 h^3}{2 \cdot 144} (b_1^2 t_1^2 + b_2^2 t_2^2 + \dots + b_m^2 t_m^2).$$

Пусть

$$1 - (b_1^2 t_1^2 + b_2^2 t_2^2 + \dots + b_m^2 t_m^2) \cdot \frac{l^2 m}{2} > 0. \quad (3.10)$$

Тогда из последнего неравенства получим

$$b_1^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_1) + b_2^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_2) + \dots + b_m^2 \sum_{n=1}^{N-1} z_n^2(t_m) \leq \frac{a^4 M_4^2 l^3 h^3}{2 \cdot 144} (b_1^2 t_1^2 + b_2^2 t_2^2 + \dots + b_m^2 t_m^2) \cdot$$

$$\cdot \left[ 1 - (b_1^2 t_1^2 + b_2^2 t_2^2 + \dots + b_m^2 t_m^2) \cdot \frac{l^2 m}{2} \right]^{-1}.$$

Учитывая это неравенство в неравенстве (3.9) приходим к неравенству

$$z_n^2(t) \leq \frac{a^4 M_4^2 l^2 h^4}{2 \cdot 144} \left[ 1 + \frac{l^2 m}{2} (b_1^2 t_1^2 + b_2^2 t_2^2 + \dots + b_m^2 t_m^2) \cdot \left[ 1 - (b_1^2 t_1^2 + b_2^2 t_2^2 + \dots + b_m^2 t_m^2) \cdot \frac{l^2 m}{2} \right]^{-1} \right] \cdot t^2,$$

Или

$$|y_n(t) - u(x_n, t)| \leq \frac{a^2 M_4 l}{12\sqrt{2}} h^2 \left[ 1 + \frac{l^2 m}{2} (b_1^2 t_1^2 + b_2^2 t_2^2 + \dots + b_m^2 t_m^2) \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \left[ 1 - (b_1^2 t_1^2 + b_2^2 t_2^2 + \dots + b_m^2 t_m^2) \cdot \frac{l^2 m}{2} \right]^{-1} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot t. \quad (3.11)$$

Итак, справедлива следующая теорема:

**Теорема.** Пусть  $b \leq 0$ . Если выполняется условие (3.10), то решение задачи (1.4)-(1.6) сходится к решению задачи (1.1)-(1.3). При этом имеет место оценка (3.11).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Нахушев А.М. Уравнение математической биологии. М.: Высшая школа, 1995, 305 с.
2. Khankishiyev Z.F., Mammadova J.A. On the transference of boundary conditions for a system of linear loaded differential equations. 24-th Mini EURO Conference on Continuous Optimization and Information – Based Technologies in the Financial Sector. June 23-26, 2010, Izmir, Turkey, pp. 62-65.
3. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. М., Гос. издательство физико-математической литературы, 1962, 640 с.

### ХƏTTİ YÜKLƏNMİŞ HİPERBOLİK TİP DİFERENSİAL TƏNLİK ÜÇÜN BİR MƏSƏLƏNİN DÜZ XƏTLƏR ÜSULU İLƏ HƏLLİ VƏ YİGİLMASININ TƏDQIQI

Z.F.XANKIŞIYEV

#### XÜLASƏ

Müxtəlif sistemlərdə, o cümlədən, bioloji sistemlərdə proseslərin gedişi bu sistemlərin əvvəlki vəziyyətindən mühüm dərəcədə asılıdır. Bu proseslər, bir qayda olaraq, yüklənmiş diferensial tənliklər vasitəsilə ifadə olunurlar [1]. Məqalə xətti yüklənmiş hiperbolik tip diferensial tənlik üçün bir məsələnin düz xətlər üsulu ilə həllinə və üsulun yığılmasına həsr edilib.

**Açar sözlər:** yüklənmiş tənliklər, düz xətlər üsulu, Koşi məsələsi.

### INVESTIGATION OF THE SOLUTION AND CONVERGENCE OF THE METHOD OF LINES OF A LINEAR LOADED DIFFERENTIAL EQUATION OF HYPERBOLIC TYPE

Z.F.KHANKISHIYEV

#### SUMMARY

In various systems including biological systems, the progress of the processes highly depends on the previous stage of the system. These processes, as a rule, are identified by the means of the loaded differential equations. This article is dedicated to the solution for the problem of the linear loaded hyperbolic type differential equation by application of the linear lines method and the convergence of the method.

**Key words:** loaded equations, method of lines, Cauchy problem.

*Поступила в редакцию: 05.03.2013 г.*

*Подписано к печати: 06.03.2013 г.*